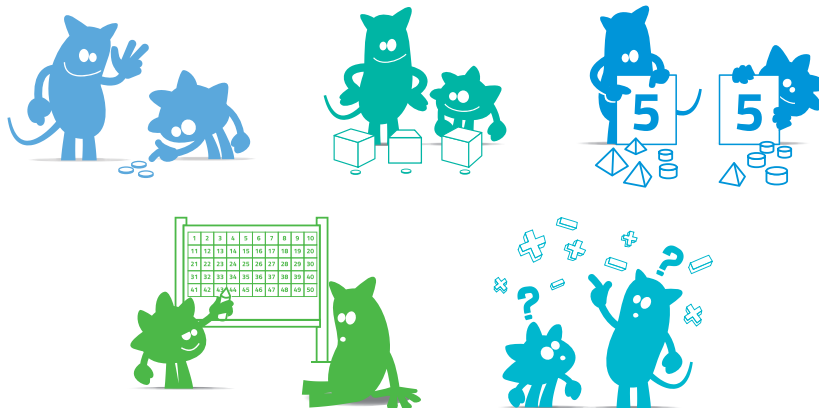




# Je dénombre

.....  
dès la maternelle et après (3 à 8 ans)



**23**  
séquences  
d'apprentissages

**Marylène BOLLE & Joseph STORDEUR**

# Table des matières

<b>Introduction</b> .....	<b>4</b>
<b>Principes de base pour comprendre les démarches</b> .....	<b>10</b>
<b>Grille d'évaluation formative au niveau des attitudes importantes pour apprendre</b> .....	<b>12</b>
<b>1. La construction des représentations des quantités</b> .....	<b>15</b>
1.1. Le dénombrement des élèves le matin.....	16
1.2. Construire les quantités correspondant aux premiers nombres.....	26
1.3. Construire la reconnaissance des 6 premiers nombres dans leurs organisations spatiales.....	35
1.4. Décomposer une quantité en configurations mémorisées.....	41
1.5. S'approprier l'usage des doigts comme « collections-témoins » pour les nombres jusque 10.....	51
1.6. Automatiser la reconnaissance des quantités jusque 5.....	60
1.7. Apprendre à découper visuellement les quantités.....	72
<b>2. La correspondance terme à terme</b> .....	<b>79</b>
2.1. Comparer des collections en pratiquant le terme à terme.....	80
2.2. Apprendre à dessiner la correspondance terme à terme.....	87
2.3. Agir pour comprendre l'égalité.....	93
<b>3. Les décompositions des nombres</b> .....	<b>99</b>
3.1. Mémoriser les décompositions d'un nombre.....	100
3.2. Décomposer pour mieux reconnaître les nombres jusque 10 ou 20.....	109
3.3. Associer la représentation et l'écriture des nombres sous différentes formes.....	117
<b>4. La sériation des nombres et leur écriture</b> .....	<b>127</b>
4.1. Écrire les quantités avec les chiffres correspondants.....	128
4.2. Comprendre : « Moins que... autant que... plus que... ».....	134
4.3. Construire le tableau des 50 ou 100 premiers nombres.....	138
4.4. Maîtriser l'écriture des nombres avec le « Matériel Montessori ».....	142
<b>5. Le sens des opérations</b> .....	<b>147</b>
5.1. Représenter concrètement des histoires avec des jetons.....	148
5.2. Illustrer une situation racontée par les vignettes correspondantes.....	153
5.3. Classer des situations en fonction des opérations.....	159
5.4. Traduire une situation dessinée en écriture numérique.....	164
5.5. Exprimer une situation dessinée par une opération.....	167
5.6. Dessiner des situations mimées ou des situations racontées.....	170

# Introduction

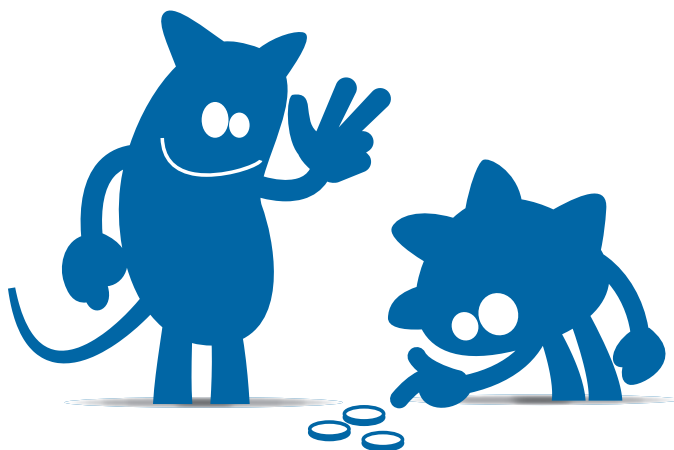
## Les difficultés...

Dans les années 90, Xavier ROEGIERS écrivait : « Sabine va barrer le zéro du résultat "5409,5" de sa multiplication parce qu'elle a retenu que "un zéro, ça ne change rien". Sophie, elle, sur le point d'affronter la division "46,8 : 6,2", transforme cette dernière en "460,8 : 62". Elle se souvient quelque part, sans jamais l'avoir compris, que "pour multiplier un nombre par dix, on écrit un zéro

à droite des unités". Pour elle, dix fois 46,8 est donc égal à 460,8 (attitude par ailleurs incohérente puisqu'elle a transformé correctement le diviseur "6,2" en "62" : Mais cette incohérence ne la gêne nullement). Les enfants ont berné les enseignants de première et deuxième primaires. Ils leur disaient que 70 venait après 69, 100 après 99, non pas parce qu'ils l'avaient compris, mais parce qu'ils l'avaient retenu par cœur. Ils sont bien capables de mémoriser 26 lettres de l'alphabet en quelques mois, alors pourquoi pas cent nombres en deux ans ? En troisième, en quatrième primaire, on prend conscience de l'étendue du désastre ». Ces constatations sont toujours vraies aujourd'hui.

À la suite des travaux d'Elisabeth BAUTIER, nous pouvons faire remonter ces difficultés, non seulement à la première année primaire, mais à l'école maternelle. De son côté, Remi BRISSIAUD affirme que « le privilège exorbitant qui est accordé aux activités de comptage d'objets est à l'origine du dysfonctionnement grave et durable de certains enfants ». Et Marie-Lise PELTIER ne dit pas autre chose lors d'un colloque du GFEN voici seulement quelques années : « connaître la comptine n'est pas suffisant pour savoir dénombrer un à un. Pour certains enfants les mots-nombres connus restent à quantifier durant de longs mois. Ce qui est normal. Le comptage est toutefois une procédure de dénombrement possible et culturellement reconnue. L'enseignement du comptage-numérotage correspond au modèle spontané d'enseignement et est encouragé par l'institution mais son enseignement prématuré peut constituer un obstacle (didactique) à la construction du nombre (ignorance du dénombrement) ».

Voici exprimées, en quelques extraits, les bases problématiques avec lesquelles nous avons voulu commencer l'aventure de la rénovation de notre enseignement numérique en 2012. Parallèlement aux difficultés que nous venons d'évoquer, nous avons, par nos lectures en neurosciences, des pistes d'amélioration.



---

## Des pistes pour améliorer : la nécessité des sollicitations de l'environnement

De nos dix milliards de neurones ne sont fonctionnels que ceux qui ont été suffisamment sollicités par l'environnement. En d'autres termes, si les possibles sont là pour tous, encore faut-il que le milieu soit sollicitant pour rendre ces possibles actifs. Tous les enfants sont capables puisqu'ils ont les neurones adéquats, mais ils n'ont pas tous vécu les sollicitations pertinentes. C'est à l'école de les trouver ! Nous vous proposons dans cet ouvrage le résultat de ces recherches, toujours en cours.

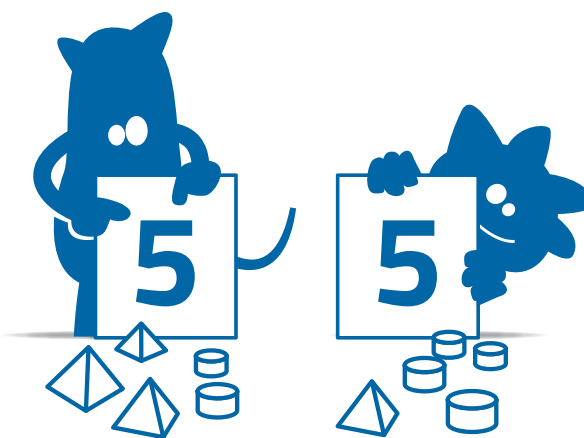
## Les dangers de la modularisation de notre cerveau

Par ailleurs, nous savions aussi que notre cerveau est modulaire, c'est-à-dire que tous les neurones sont plus ou moins spécialisés pour un apprentissage. Par exemple, les mots ne s'inscrivent pas dans les mêmes neurones que les quantités, les additions ne sont pas inscrites dans les mêmes neurones que les soustractions, etc. Cette modularité implique que si nous sollicitons seulement les mots, par exemple avec la litanie des nombres, les relations avec les neurones des quantités ne se construisent pas. D'où l'affirmation de Rémi BRISSIAUD ci-avant. C'est aussi cette modularisation qui explique pourquoi tous les « drills » sur des petites parties de matière ne permettent pas de vrais apprentissages utiles. Presque tous les enseignants se plaignent que les enfants ne « transfèrent » pas. En fait, transférer signifierait construire tout seul les relations entre les modules sollicités, mais sans que ces relations aient été sollicitées. En d'autres termes, c'est celui qui sait apprendre seul, ce qu'on ne lui permet pas d'apprendre par le découpage habituel, qui va réussir sa scolarité. C'est pourquoi nous avons choisi de travailler en situations complexes, c'est-à-dire que nous sollicitons toujours un ensemble de modules neuronaux permettant de construire les cartes neuronales nécessaires à la vraie maîtrise des compétences numériques. Une carte neuronale est un ensemble de neurones répartis dans plusieurs régions du cerveau et fonctionnant à l'unisson parce qu'ils ont été sollicités ensemble au moment de l'apprentissage.

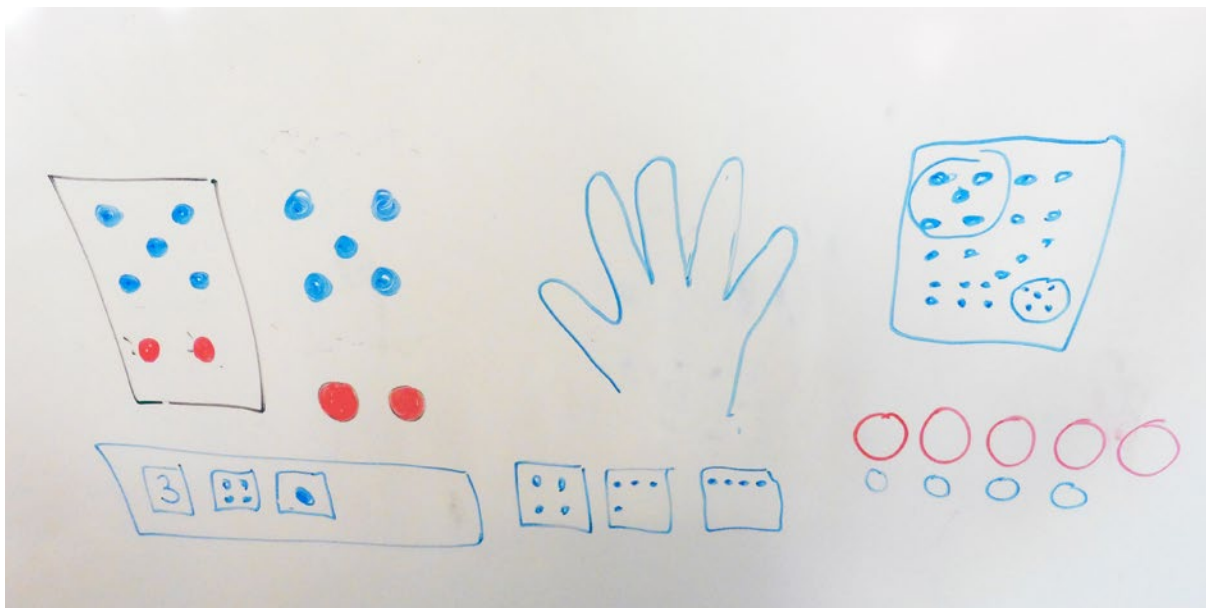
---

## La nécessité de la répétition pour créer des traces au niveau neuronal

Nous savions aussi qu'il faut une sollicitation importante pour créer les traces qui constituent l'apprentissage. Une sollicitation simple, si elle met en action les neurones adéquats, permet de comprendre, mais pas de retenir. Seules les sollicitations répétées permettent les réactions chimiques nécessaires pour la constitution de traces neuronales. Et ces traces doivent être rapidement consolidées si l'on veut qu'elles subsistent. C'est dans ce but que nous avons fait de la répétition d'une même activité tous les jours d'une semaine une base de notre organisation. Et c'est aussi pour cette même raison que nous reprenons régulièrement le même genre d'activités avec un matériel un peu différent.



Un apprentissage réussi, quel qu'il soit, se traduit par des traces neuronales. Une fois ces traces bien établies, elles ne vont pas disparaître. Si elles sont inadéquates, il faudra construire d'autres traces plus pertinentes. Le problème, c'est que tant que ces traces plus pertinentes ne sont pas bien installées, c'est-à-dire tant qu'elles demandent plus d'énergie que les anciennes traces pour fonctionner, elles ne sont pas prioritaires pour le cerveau. Comme on n'efface pas une trace, on ne peut que la remplacer par une nouvelle trace plus « forte », c'est-à-dire moins gourmande en énergie. Pendant tout le temps du nouvel apprentissage, la trace inadéquate reste spontanément prioritaire. C'est donc là toute la difficulté des remédiations. Il est beaucoup plus simple de prendre



le temps d'un apprentissage pertinent et dans la complexité, que de vouloir aller vite sur des petits morceaux de matière en créant des obstacles pour l'avenir. Travailler la litanie des nombres habitue l'enfant à travailler dans les mots sans nécessairement faire les liens avec les quantités correspondantes. Si ces liens ne sont pas faits spontanément dès le départ, ils deviennent très difficiles à établir ensuite parce que la litanie consomme moins d'énergie que la création de liens avec les représentations des quantités.

Attention! Ce ne sont pas les erreurs qui posent problème. Il n'y a pas de raison qu'une erreur construite plus vite ses traces qu'une bonne « action ». Ce sont les répétitions nombreuses des mêmes erreurs qui créent la trace.

Nous avons donc choisi de ne jamais utiliser la litanie tant que les enfants n'ont pas construit les représentations des quantités. Nous avons au contraire tout centré sur la construction des représentations des quantités dans leurs relations, et les résultats ont été au-delà de nos espérances. C'est pourquoi nous sommes heureux de partager ce travail.

---

## L'organisation de nos propositions

La litanie des nombres étant traditionnellement utilisée lors du comptage du matin, nous proposons une autre manière de l'organiser en plaçant les enfants en situation de mieux visualiser les quantités. Même s'il s'agit essentiellement d'une situation d'apprentissage implicite comme certains enfants peuvent le vivre en famille, cette démarche reste un pilier de tout l'apprentissage numérique, notamment grâce aux répétitions possibles dans ses diverses présentations.

Les autres démarches proposées dans le premier chapitre, centrées sur la construction des images mentales des dix premiers nombres, sont bien des démarches d'apprentissage explicite, c'est-à-dire des apprentissages organisés volontairement par l'enseignante pour inscrire les représentations des nombres en mémoire à long terme. Cette maîtrise des dix et vingt premiers nombres

est fondamentale. Elle correspond à une des plaintes le plus souvent entendues dans la suite de la scolarité « ils ne maîtrisent pas les vingt premiers nombres ». En fait, s'ils ne les maîtrisent pas, c'est presque toujours parce qu'ils n'ont que des mots en tête et pas des quantités. Le chapitre un s'attache donc à fournir des démarches pertinentes pour construire les quantités dans leurs représentations quantitatives et leurs relations. **Comme dans tous les autres chapitres, elles sont à choisir en fonction de l'âge et de l'avancement des enfants dans la maîtrise des représentations. Elles sont des outils au service des objectifs de l'enseignant. Elles ne doivent pas être simplifiées au risque de perdre toute possibilité d'efficacité.**

Le chapitre deux propose quelques démarches pour construire l'attitude de la correspondance terme à terme comme outil de vérification des quantités sans l'utilisation des nombres. Là aussi, notre choix a été de se centrer explicitement sur des démarches qui construisent vraiment l'outil plutôt que sur des présentations externes variées. Ce n'est pas parce qu'on change d'emballage (matériel de manipulation utilisé) que l'outil mental ou le processus se construit mieux, bien au contraire !

Le chapitre trois présente des démarches pour travailler les décompositions plus explicitement encore qu'au chapitre un et surtout pour favoriser leur mémorisation à long terme.

C'est seulement au chapitre quatre que nous parlons de la sériation et de l'écriture des nombres. En fait nous repoussons le plus loin possible l'utilisation de la suite des nombres pour être certains de bien installer les représentations quantitatives auparavant. Il ne s'agit pas bien sûr d'avoir réalisé toutes les activités des trois premiers chapitres avant, mais tout de même une très grande partie. La suite des nombres n'est vraiment travaillée qu'en troisième maternelle, et elle ne pose aucun problème aux enfants. Elle est connue grâce au travail effectué auparavant à propos des associations entre les quantités manipulées ou dessinées et leurs dénominations.

Enfin, nous proposons un dernier chapitre consacré au travail sur le sens des opérations. Celui-ci doit être sollicité dès les premières maîtrises des quantités acquises, donc dès la première maternelle. Le sens des opérations se construit dans l'analyse des situations de vie et la maîtrise du vocabulaire correspondant. Il ne s'agit donc pas de réaliser des colonnes de calcul dans les quatre opérations mais d'apprendre à traduire une situation en une ou des opérations de base et inversement.

## Les difficultés de « l'implication dans le milieu »

Les situations ne viennent qu'en fin de parcours, et non au début. L'habitude de partir des situations de la vie pour apprendre pose vraiment problème. Au-delà de l'erreur de registre que dénonce Elisabeth BAUTIER (voir ci-dessous), il y a aussi la difficulté de reconnaître un modèle d'analyse dans la complexité d'une situation vraie. L'humanité met des siècles à se construire les outils servant de modèles de compréhension de la réalité. Quand un modèle est enfin décrit, alors il apparaît comme évident. Mais tant qu'il n'est pas connu, il n'est pas perceptible et il faut un travail d'analyse de haut niveau pour le construire.

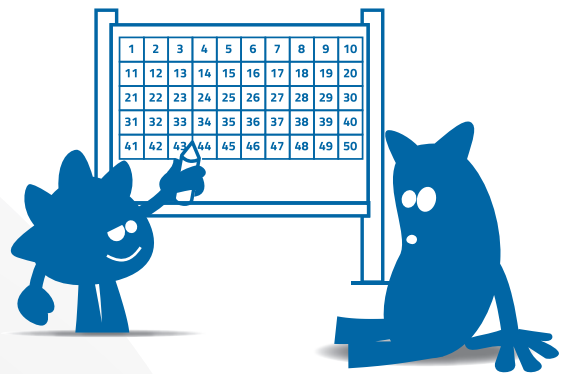
Elisabeth BAUTIER écrit en 2006 : « Il en est ainsi quand, dès la maternelle, les élèves sont confrontés à des objets familiers : la météo, un poisson rouge, une sortie hors de l'école pour voir un carnaval, puis ultérieurement une expérience ordinaire, un document de la vie quotidienne non scolaire, de la télévision... Ces "objets" sont riches et ambigus et les élèves sont par là même, si ce n'est pas intentionnel, induits en erreur sur le registre de la tâche sollicitée. Les indices linguistiques qui

manifestent cette erreur sont nombreux, les élèves "se trompent" de genre langagier et racontent ou s'expriment là où, pour apprendre, il est nécessaire de "parler sur" et d'analyser donc d'avoir identifié et construit un autre objet. Sans cela, on entend cette élève qui a vu le carnaval évoquer non les caractéristiques de cet "objet" d'apprentissage en grande section, mais les émotions des rencontres dans la rue, cette autre élève de CE2 parler du goût d'eau de javel de l'eau de la piscine, quand l'enseignante veut initier le cycle de l'eau. Ces deux élèves sont déjà en difficulté ; mais sans doute faut-il, pour les aider, les solliciter sur le registre cognitif et pas seulement expressif et qu'un tel traitement de ces objets soit contraint par l'apprentissage à effectuer ».

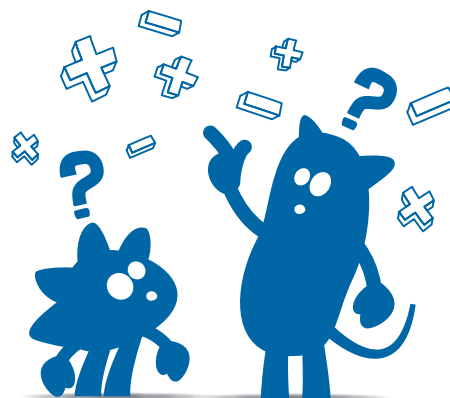
### La motivation des « élèves »

L'implication dans la réalité est souvent aussi évoquée pour une question de motivation à apprendre. Or toutes nos démarches sont centrées sur la manipulation d'un matériel dépouillé. Nous voudrions donc ajouter une réflexion par rapport à cette problématique.

En lecture, la pédagogie défend l'idée que pour apprendre à lire il faut que l'enfant cherche à comprendre une histoire ou cherche une information. C'est ainsi que la recherche de sens est devenue prioritaire dans les discours sur l'apprentissage de la lecture. Pour les mathématiques, Catherine Van Nieuwenhoven écrivait en 1999 : « Les procédures acquises doivent être reliées à des situations dans lesquelles elles peuvent être utilisées. Ainsi, maîtriser les procédures qui permettent de réaliser un comptage correct n'a pas d'intérêt si le but du comptage n'est pas connu par l'enfant. Il est important que l'enfant sache dans quels cas l'utilisation du comptage est une stratégie efficace, par exemple pour comparer l'équivalence de deux collections, opérer un partage... ». Et si c'était l'apprentissage des procédures qui permettait de construire du sens sur leur utilité ? En d'autres termes, le sens ne vient-il pas après la maîtrise des procédures ? C'est quand je sais reconnaître un certain nombre de mots que je peux me rendre compte que cette reconnaissance peut me faire accéder au sens des signes, c'est quand je maîtrise la reconnaissance d'un certain nombre de quantités que je peux comprendre ce que signifie l'expression : « nous sommes 24 en classe ». Sans la maîtrise des quantités, l'activité de comptage n'est qu'une activité de numérotation. En d'autres termes, la recherche du sens, que ce soit en lecture ou en numérotation, n'est pas première. C'est le cheminement vers la maîtrise des outils qui est premier et qui permet progressivement de construire le sens de leur utilisation. Nous avons fait le choix de croire que l'apprentissage du savoir – pour se sentir capable – était prioritaire sur le besoin d'utilisation pour faire quelque chose. Et aucun enfant ne nous renvoyé vers une autre explication. La motivation qu'ils ont tous à vivre les démarches que nous proposons, et où ils se voient grandir au fur et à mesure des répétitions, nous confirme au contraire tous les jours la justesse de nos choix actuels.



Les constatations que nous faisons tous les jours correspondent à ce que Colette HUG écrivait déjà en 1968 : « Dans l'optique traditionnelle, suivre la pensée enfantine, partir de l'observation du concret, c'est chercher à aider l'enfant malgré lui, pourrait-on dire. Mais on fait plus. On veut lui plaire. On choisit une histoire de petits ours parce que c'est gentil et qu'il l'aimera bien. On lui fait compter des bonbons parce que l'évocation lui en sera salivamment agréable. On lui promet bons points, images, bonnes notes, places d'honneur, récompenses de toutes sortes. Il faut en effet le "motiver"... C'est vraiment flatter ce qu'il y a du petit animal en lui et méconnaître l'humain. Nous sommes étonnés de voir que même chez certains novateurs, par ailleurs très modernes dans leur pédagogie, persiste ce souci lancinant des "motivations". Il ne faut pas que ce soit "gratuit", disent-ils. Mais la recherche de la vérité se suffit à elle-même ! La découverte est sa propre récompense, autrement satisfaisante qu'une bonne note. Avec toutes ces "motivations", on cherche à faire plaisir à l'enfant, et on y réussit souvent, mais on le prive de la joie. Il est assez curieux de constater qu'une pédagogie soi-disant fondée sur l'observation de l'enfant puisse réduire celui-ci à courir après des récompenses alors qu'une autre, partant de la mathématique, le place d'emblée dans la recherche de la vérité, c'est-à-dire lui donne sa dimension d'être humain. Dans nos classes expérimentales, nous n'avons jamais eu besoin de "motiver" les élèves, et jamais constaté que cela leur ait fait défaut ». Nous non plus !



**C'est un pavé dans la mare des méthodes pédagogiques ! Des chercheurs américains de l'université de l'Ohio ont constaté que des étudiants en premier cycle apprenaient mieux les mathématiques via un enseignement abstrait (à partir de symboles, de définitions ardues...) que par des méthodes concrètes utilisant des situations de la vie courante. Plus précisément, pour ces 80 élèves, il s'agissait d'assimiler une règle mathématique liant les trois éléments d'un groupe commutatif. Les étudiants soumis aux affres de l'abstraction obtiennent près de 80 % de bonnes réponses à un test de connaissance, quand ceux nourris aux exemples quotidiens (tasses, pizzas ou balles de tennis) ne dépassent pas 50 %.**

**Dominique LEGLU**, Sciences et Avenir. Juin 2008

# Principes de base pour comprendre les démarches

Tout savoir prend naissance dans les structures mentales de l'enfant...

... d'où l'importance de l'obliger à dépasser la manipulation « visuelle » pour la représenter **mentalement**.

Le cerveau ne construit des traces au niveau neuronal que sous l'influence d'une sollicitation intense...

... d'où le choix de **périodes d'activités longues** pour permettre de nombreux essais.

Les traces d'un apprentissage ont besoin d'être consolidées rapidement pour subsister à long terme...

... d'où la nécessité de la **répétition de la même activité**, nuancée en fonction des cheminements de chacun, pendant plusieurs jours successifs.

Le savoir s'inscrit dans les réseaux neuronaux sous forme de schémas cognitifs, espèces de cartes mentales faisant appel à de nombreuses zones neuronales interconnectées...

... d'où la nécessité de présenter des **situations complexes** que l'enfant s'approprie peu à peu, construisant ainsi les connexions neuronales indispensables à l'acquisition d'un savoir intégré et utile pour la suite de la scolarité.

La mémoire de travail est composée notamment de deux éléments fondamentaux : la boucle phonologique, responsable du langage, et le registre visuospatial, responsable des images mentales sous leurs différents aspects...

... d'où la nécessité de solliciter le **langage en lien avec les représentations mentales** chez tous les enfants pour éviter qu'ils ne privilégient un aspect, appauvrissant ainsi leurs compétences.

La mémoire sémantique doit « découper » la réalité et la reconstituer au niveau mental pour bien fonctionner...

... d'où, de nouveau, la nécessité des **situations complexes**, pour ne pas fournir, aux enfants, un savoir prédécoupé qu'ils ne peuvent ensuite reconstituer.

La mémoire sémantique ne fonctionne bien que structurée. La formation des structures participe au découpage de la réalité...

... d'où l'insistance sur l'**organisation des données**, aussi bien au niveau des manipulations concrètes qu'au niveau des traces orales et écrites.

Le classement est une des fonctions mentales de base de l'organisation du savoir...

... d'où le choix de nombreuses situations de **classements** d'un matériel varié et important. Ce sont les essais et erreurs successifs avec un matériel abondant qui permettent à tous les enfants de construire peu à peu les connexions neuronales indispensables à la maîtrise du savoir. De nouveau, la **répétition** des activités y joue un rôle majeur. Il n'y a aucune raison, tant qu'elle n'est pas mise en avant, que l'erreur s'inscrive plus vite que le bon essai, dans les réseaux neuronaux. Elle n'est qu'une étape dans les cheminements vers **la maîtrise d'un apprentissage**.

Tout ce qui est inscrit dans les réseaux neuronaux d'un enfant l'est par sollicitation de l'environnement :

- il est donc important que l'enseignante puisse fournir à certains moments un **modèle de « la bonne réponse »**. Il ne s'agit pas de faire corriger la réponse de l'enfant sous l'injonction de l'enseignante. Il s'agit de lui fournir une certaine représentation comme modèle mental pertinent. C'est à partir de ce modèle plus ou moins intégré que l'enfant doit ensuite essayer de modifier ses réponses provisoires en vue de s'approprier le « modèle », **le schéma cognitif attendu** ;
- les difficultés perçues ne sont donc qu'un constat momentané. La plupart du temps, elles ne sont que passagères à condition que les répétitions de la situation complexe soient bien organisées pour permettre **une acquisition progressive des comportements attendus**.

## Pour rendre les démarches proposées efficaces, il est utile de retenir :

- Que le temps de travail effectif doit être assez long (30 à 40 minutes minimum).
- Que l'on doit accepter des variations importantes dans l'intensité du travail de chacun.
- Que s'il est important d'essayer, il est tout aussi important de savoir reconnaître que l'on ne sait pas. (un réel droit à l'erreur)
- Que la complexité de l'activité doit être respectée pour un travail utile à long terme.
- Que le travail individuel avec un matériel individuel (ou en groupe mais en suffisance pour une manipulation individuelle) est la condition d'un véritable apprentissage pour chacun (même si des interactions doivent rester possibles).
- Que l'on a besoin de « modèles » (modélisation ou structuration de la réalité) pour diriger ses apprentissages (l'enfant qui sait déjà réaliser ce qui est attendu a reçu ses « modèles » en famille).
- Que l'expression de la situation (mots ou dessins) est indispensable pour apprendre (le faire n'est pas suffisant, bien que tout aussi indispensable).
- La répétition de la situation complexe (minimum quatre à cinq fois) est indispensable pour permettre un véritable apprentissage pour tous.
- ...

# Grille d'évaluation formative au niveau des attitudes importantes pour apprendre

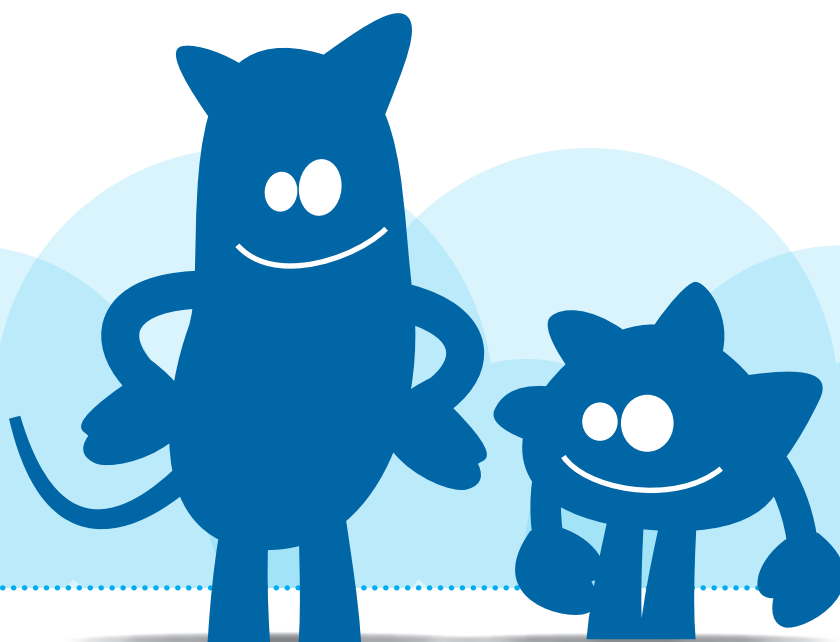
La manière d'animer les activités proposées dans cet ouvrage entraîne normalement la nécessité d'apprendre peu à peu d'autres attitudes de la part des enfants. Mais elle demande aussi d'autres attitudes de l'enseignante. La plus importante étant probablement de considérer tous les comportements de l'enfant comme normaux et momentanés. Notre devoir est de chercher ensuite quelles attitudes prendre ou quelles modifications des conditions d'environnement mettre en place pour aider chacun à avancer par rapport au déjà-là.

Le cheminement de l'enfant du point de vue de  
**se mettre en projet d'écouter ou de faire** peut se manifester  
de la manière suivante. Il/elle :

- Ne comprend pas ce qu'on lui veut.
- Se laisse distraire par tout ce qui se passe.
- Est toujours en mouvement sur sa chaise.
- Se concentre sur l'enseignante.
- Fait de nombreuses pauses ou distractions.
- S'applique longtemps dans la tâche demandée.
- Fait des pauses régulières mais revient de lui-même au travail.
- Sait rester concentré longtemps...
- ...

Le cheminement de l'enfant du point de vue de  
**l'acceptation de « faire des erreurs »** peut se manifester  
de la manière suivante. Il/elle :

- Ne comprend pas que ce qu'il fait n'est pas bon.
- N'ose pas faire sans l'accord de l'enseignant.
- Demande tout le temps confirmation de ce qu'il fait.
- Se fâche quand on lui dit que ce n'est pas tout à fait ça.
- Ne veut plus travailler quand il prend conscience qu'il ne sait pas faire.
- Accepte l'erreur comme un essai normal et continue à chercher.
- Fait preuve d'audace dans ses recherches.
- Fait preuve d'une vraie créativité dans ses recherches.
- ...



Le cheminement de l'enfant du point de vue de **maintenir son envie de travailler et de suivre un certain rythme de travail** peut se manifester de la manière suivante. Il/elle :

- A tendance à vouloir zapper continuellement.
- Est souvent en arrêt de travail parce qu'il attend des indications.
- Abandonne vite s'il n'est pas tout le temps encouragé.
- Garde l'envie de travailler longtemps.
- Travaille bien, mais par intermittence.
- Travaille tout le temps à son rythme.
- ...

Le cheminement de l'enfant du point de vue **de l'acceptation de ne pas arriver au bout de l'activité** peut se manifester de la manière suivante. Il/elle :

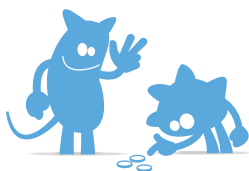
- Exprime sa frustration de manière très forte.
- Veut toujours continuer pour essayer de terminer.
- Accepte de s'arrêter quand le temps est écoulé.
- Considère positivement qu'il pourra continuer plus tard.
- ...



1

# La construction des représentations des quantités





## 1.1. Le dénombrement des élèves le matin



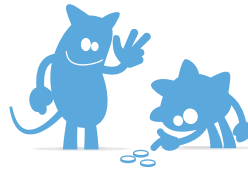
... l'enfant qui rencontre précocement les mots-nombres dans un contexte de comptage construit pour chacun de ces mots une signification proche de celle des numéros : l'enfant pense que compter, c'est attribuer une sorte de numéro à chacun des objets pointés (« le un », « le deux », « le trois », « le quatre ») et le dernier mot (« quatre »), qui, lui aussi, est prononcé en pointant un seul jeton, n'acquiert donc pas aisément sa signification la plus importante, celle de nom du nombre qui exprime la totalité des jetons. Pour saisir cette difficulté, il faut bien mesurer que, dans le comptage, l'association entre mot et pointage (ou geste de monstration) transgresse totalement les règles habituelles de la signification : si on appliquait le modèle du comptage à des énumérations banales, il faudrait comprendre que, dans une énumération telle que « pomme, poire, abricot », par exemple (ou l'adulte pointe du doigt successivement les fruits correspondants), le mot « abricot » désigne non seulement ce dernier fruit, mais aussi les précédents !

Rémi BRISSIAUD, Premiers pas vers les maths. Retz 2007

Pendant des années, nous nous sommes comptés le matin en exprimant collectivement la litanie des nombres. Parfois, un seul enfant comptait. Ensuite, il plaçait une pince sur la bande numérique au nombre correspondant obtenu. Celui qui savait était fier de son travail. Celui qui ne savait pas était aidé par les autres et ne savait toujours pas quand son tour revenait ± 24 jours après.

De plus, nous restions dans un comptage au niveau verbal sans possibilité de construire vraiment une représentation des nombres au niveau des quantités. Après la lecture de la remarque de R. BRISSIAUD citée ci-dessus, cette accentuation de la comptine nous posait vraiment problème. Nous savions par ailleurs que tout apprentissage s'inscrit dans des réseaux neuronaux spécifiques. En travaillant trop sur un apprentissage verbal, nous empêchions la construction des liens indispensables entre les neurones des mots et les neurones des quantités. Seuls les enfants qui avaient la chance de construire ces liens en famille y arrivaient progressivement. Les autres continuaient à compter sur leurs doigts comme soutien de la litanie jusqu'en sixième année et après. L'absence de liens avec la représentation des quantités les mettait en difficulté pour toute la scolarité. Notre première réaction a été d'abandonner le comptage du matin. Nous étions devenus conscients que cela faisait beaucoup plus de tort que de bien dans la scolarité des enfants.

Cependant, comme le comptage est une institution, nous avons pris le temps de réfléchir s'il n'était pas possible de l'améliorer, et notamment lors d'une réunion d'un groupe d'enseignants en analyse de pratiques. C'est là que la base de la démarche qui suit a été évoquée pour la première fois. Merci Damien (enseignant en sixième année !). Depuis, nous l'avons affinée dans une pratique journalière en fonction des résultats obtenus sur le moyen et le long terme. Les deux démarches proposées autour du comptage du matin sont vraiment une base de la formation mathématique des enfants du maternel ... à condition de ne pas les polluer par un retour systématique au comptage verbal. Si ce dernier revient trop tôt, il reprend le pas sur le dénombrement avant que les liens ne soient consolidés. Pourquoi cette prédominance ? Nous ne le savons pas, mais nous supposons que l'influence du comptage en famille y joue un rôle non négligeable. Il est possible aussi que cet apprentissage verbal demande moins d'énergie que l'apprentissage des représentations quantitatives. Notre pratique depuis plus de trois ans nous montre qu'il est indispensable de se centrer d'abord sur l'apprentissage des représentations pour éveiller tous les enfants au dénombrement et leur assurer ainsi une bonne base pour la suite de la scolarité.



## Le dénombrement des élèves le matin : Travail collectif au « tapis »



### Compétence visée :

- Compter, dénombrer, classer

### Compétences sollicitées :

- Repérer et situer des objets dans l'espace.
- Traiter les informations.
- Organiser les nombres par familles : décomposer et recomposer des quantités.
- ...

### Dispositif pédagogique :

- Les enfants sont rassemblés au « coin tapis », assis sur les bancs disposés en « U ».

### Matériel

- Un jeton par enfant dans un plateau

### DÉMARCHES :

#### Annnonce de l'objectif :

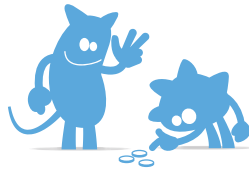
- Nous allons apprendre comment faire pour dire combien nous sommes chaque jour en classe et mieux percevoir les quantités (voir analyse – questionnement page 20 n° 1).

#### Mise à disposition du matériel :

- L'enseignante dispose d'un plateau ou d'une boîte avec exactement le même nombre de jetons qu'il y a d'élèves inscrits dans la classe.
- Chaque enfant va venir chercher un jeton à tour de rôle.
- Remarque : Au départ, chaque enfant recevait un jeton de la boîte de l'enseignante. Au-delà du fait qu'il jouait avec son jeton, son objectif devenait rapidement de venir le déposer et ensuite d'attendre la fin de l'activité. Ce n'est donc pas une bonne idée.

# 1

## La construction des représentations des quantités

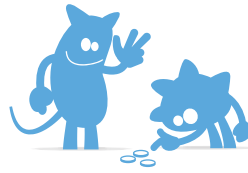


### Consigne :

- Quand je vous appelle, vous venez chercher un jeton dans le plateau et vous le déposez au centre du tapis. Aujourd'hui, vous allez organiser les jetons au fur et à mesure en paquets de cinq comme les doigts de la main.
- Pour chaque paquet, chacun montre avec ses doigts, au fur et à mesure, combien de jetons sont déjà déposés.

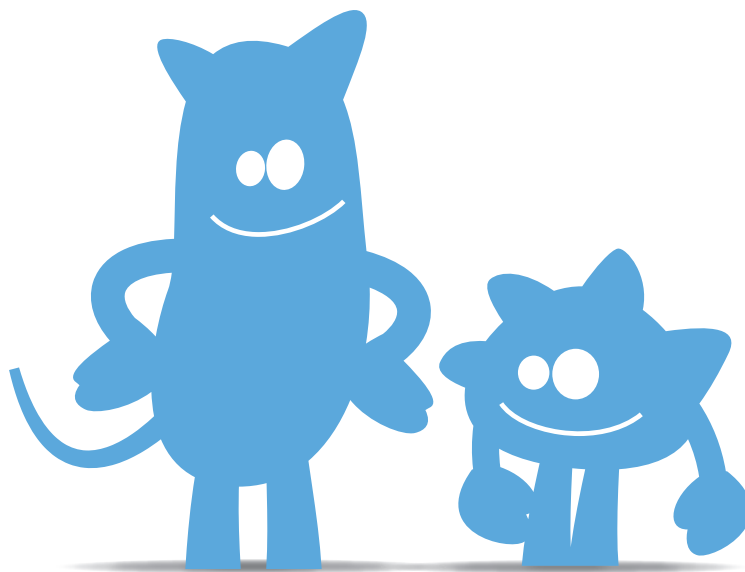
### Observations :

- Le cheminement de l'enfant du point de vue du travail demandé peut se manifester de la manière suivante : il/elle :
  - Vient près de l'enseignante à son appel sans avoir compris qu'il doit prendre un jeton.
  - Prend un jeton mais ne sait pas quoi en faire (il faut lui demander de le déposer).
  - Dépose son jeton n'importe où et retourne à sa place en courant (tâche effectuée !).
  - Prend son temps pour déposer son jeton, mais sans avoir bien compris l'organisation attendue (comme sur le dé par exemple).
  - Dépose son jeton à côté des autres sans anticiper l'organisation attendue.
  - Dépose son jeton en anticipant l'organisation du 4.
  - Dépose son jeton en anticipant l'organisation du 5.
  - Dépose son jeton et corrige l'organisation du groupement en cours.
  - Dépose son jeton quand il est le premier d'un groupement en tenant compte de l'organisation des groupements réalisés et à réaliser.
  - ...
  - Ne comprend pas pourquoi il faut utiliser ses doigts.
  - Éprouve des difficultés à montrer le nombre avec ses doigts et est donc plus centré sur « l'aspect technique » que sur la quantité possible en construction. (voir analyse –questionnement page 20 n°5).
  - Montre avec ses doigts mais de manière aléatoire (ne comprend pas la correspondance terme à terme entre la pose des jetons et ses doigts).
  - Sait suivre avec ses doigts la pose des jetons, mais a beaucoup de difficultés à rester attentif au travail collectif.
  - Suit avec ses doigts chaque pose d'un jeton.
  - Sait montrer sa main complète mais sans savoir exprimer la quantité avec l'enseignante.
  - Suit avec ses doigts chaque pose de jeton et sait exprimer le nombre total obtenu après chaque main construite.
  - ...



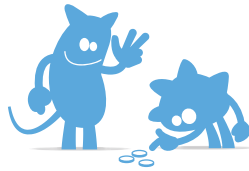
### Description et analyse des interventions de l'enseignante :

- Elle appelle les enfants un à un pour que tous voient bien l'action de déposer le jeton et insiste pour que chaque enfant montre le nombre de jetons déposés avec ses doigts.
- L'enseignante verbalise les actions des enfants :  
Quand le premier enfant dépose son jeton, elle dit « c'est un » en montrant le pouce. Le suivant prend aussi un jeton et vient le déposer. L'enseignante dit « encore un » et ajoute l'index (voir analyse – questionnement page 20 n°2).
- Les enfants font de même avec leurs doigts. Et on agit de même jusque 5. Puis elle exprime la conclusion en terme de quantité : « Voilà, il y a 5 jetons comme il y a cinq doigts dans la main » et elle montre en même temps qu'elle demande aux enfants de montrer.
- Lors des premiers jours de cette activité, l'enseignante organise les jetons en groupes de cinq en les disposant comme sur le dé (3). Au fur et à mesure des expériences, les enfants organisent eux-mêmes, chacun à son rythme de compréhension.
- L'enseignante propose ensuite de continuer pour construire une deuxième main de la même manière : un enfant dépose un jeton et on lève un doigt, un deuxième enfant et on montre encore un doigt en plus, etc. jusque cinq enfants. On a déjà « deux mains d'enfants » qui sont venus déposer leur jeton. « Ca fait 10 ».
- On construit ainsi autant de « mains » que nécessaire : « Ça fait 15 », « Nous sommes déjà 4 mains ? Ça fait 20 » et on termine par les unités : « un, encore un, encore un... cela fait trois et au total, cela fait 23 » par exemple.
- Elle rappelle régulièrement l'objectif pratique : savoir combien on est. Il est important de l'exprimer souvent pour construire le véritable sens de l'activité : chaque enfant doit construire le sens de la correspondance terme à terme entre le nombre de jetons déposés et le nombre d'enfants présents, entre le nombre d'enfants absents et le nombre de jetons restant dans le plateau.
- Elle organise l'activité tous les jours, surtout au début de l'année. C'est dans la répétition vécue et verbalisée que le savoir se construit pour tous.(4)
- ...



# 1

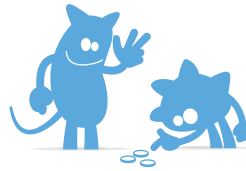
## La construction des représentations des quantités



### Analyse · Questionnement



- (1) Pour les enfants, se compter et dire : « nous sommes 20 enfants », ça ne représente rien. C'est quoi 20 ? Pour certains enfants, le 20, c'est le dernier enfant compté. Comme sur la main : « 3 », c'est le 3<sup>e</sup> doigt et non les 3 doigts ensemble (voir Rémi BRISSIAUD « Premiers pas vers les maths »). Cependant, c'est par la répétition de la représentation quantitative de ces nombres que la compréhension se construira. Dans le travail que nous proposons, les enfants ont vraiment sous les yeux ce que représente le nombre sous la forme de quantités visiblement organisées (et non pas un tas de jetons).
- (2) C'est important d'empêcher les enfants de compter c'est-à-dire de réciter la litanie. « Les enfants qui n'ont pas besoin de compter pour dire qu'il y a 3 unités ont profité du subitizing (voir définition page 26) alors que les autres en sont toujours à comprendre la question "Combien..." comme une demande d'énumération avec numérotage, même lorsque la collection n'a que trois unités. » Rémi BRISSIAUD. Pour éviter le comptage par la litanie, on insiste sur le « plus un » : « un pour T, encore un pour V, et encore un pour K, et encore un pour N, encore un pour R... en tout, ça fait une main et ça fait 5 » ou « ça fait deux mains et ça fait 10 »...
- (3) Au fur et à mesure des jours qui passent, les enfants disposent eux-mêmes les jetons directement comme sur le dé, tout en les représentant aussi avec leurs doigts. Cette double présentation devrait éviter que seule la disposition spatiale soit retenue. Cependant, ce n'est pas suffisant pour ne pas figer les enfants dans une seule représentation du nombre où l'organisation spatiale prendrait le pas sur la quantité perçue. D'autres activités sont prévues pour apprendre à structurer le « 5 » dans différentes présentations. Et le fait de travailler, lors du dénombrement du matin, avec des groupements de quatre (les roues d'une voiture), ou avec des groupements de six (les pattes de la coccinelle), peut aussi participer à la construction de la quantité non strictement liée à une structuration spatiale.
- (4) Il est nécessaire de travailler entre un et deux mois avec comme base de travail l'organisation autour de cinq pour essayer de construire des représentations solides de la quantité dans le système décimal.
- (5) Pendant toute l'activité les enfants n'utiliseront qu'une seule main (sauf quand ils devront faire des paquets de six, mais c'est beaucoup plus tard... vers la fin de l'année). Beaucoup sont déjà en difficulté dans la manipulation des doigts. Et tant qu'ils sont en difficulté à ce niveau, ils restent centrés sur l'aspect pratique et non sur la représentation de la quantité. Progressivement, la difficulté s'estompe. On peut d'ailleurs aider les enfants en réalisant chaque jour, avant le dénombrement, quelques exercices d'assouplissement des doigts. Il n'y a aucun intérêt à prendre les deux mains. La représentation quantitative liée aux doigts sera toujours associée à une main que l'on prend plusieurs fois successivement. Bien sûr le dix pourra être montré directement dans l'espace, sans l'utilisation du « temps ». Mais dès qu'on dépasse dix, ce qui est presque toujours le cas dans une classe, l'utilisation des mains s'inscrit automatiquement dans le temps : « je montre successivement 5, 10, 15, 20, et peut-être 25 ». Passer par les deux mains ne fait que compliquer la situation par la coordination de l'utilisation de l'espace et du temps dans le dénombrement.
- ...



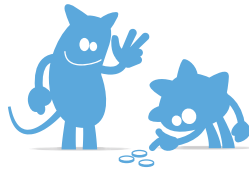
## Résumé de la démarche illustrée ci-dessous :

- Prendre le nombre de jetons correspondant au nombre d'enfants inscrits.
- Les inviter à venir chercher un jeton et le déposer sur le tapis de rassemblement : « 1 pour S, 1 pour N, 1 pour G, 1 pour L, 1 pour T, ça fait 5 ou une main... Ou ça fait 10 ou 2 mains... ou 3 mains...
- Organiser peu à peu les jetons en paquets de 5 (mains), 4 (roues de voiture).
- Toujours montrer avec les doigts la construction progressive des configurations (avec une main) sans dire la litanie (utiliser le plus 1).
- Combien reste-t-il de jetons ? Qui sont les absents ?



# 1

## La construction des représentations des quantités



### Travail individuel aux tables



#### Compétence visée :

- Compter, dénombrer, classer.

#### Compétences sollicitées :

- Repérer et situer des objets dans l'espace.
- Traiter les informations.
- Organiser les nombres par familles : décomposer et recomposer des quantités.

#### Dispositif pédagogique :

- Les enfants sont assis devant une table.

#### Matériel

- Un sachet (ou une boîte) de jetons par enfant. Chaque sachet contient exactement le même nombre de jetons que d'enfants régulièrement inscrits en classe.

#### DÉMARCHES :

##### Annonce de l'objectif :

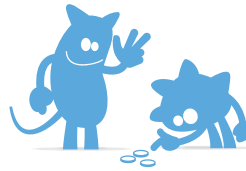
- Nous allons apprendre comment faire pour dire combien nous sommes chaque jour en classe et mieux percevoir les quantités. Chacun va faire le travail.

##### Mise à disposition du matériel :

- Chaque enfant prend une boîte de jetons et va s'installer à une place à table.
- Debout devant le tableau des noms, l'enseignante cite les enfants présents un à un.

##### Consigne :

- Prenez un jeton pour N... Et encore un pour E... Et encore un pour K... Et encore un pour M... Et encore un pour V... Vous avez maintenant une « main » (ou deux mains, ou trois mains...) sur la table et ça fait... cinq (ou dix, ou quinze...).



### Observations :

- Le cheminement de l'enfant du point de vue du travail demandé peut se manifester de la manière suivante : il/elle :
  - Joue avec ses jetons.
  - Ne suit pas le rythme de l'enseignante par manque de concentration.
  - Précède les indications de l'enseignante parce qu'il construit des configurations de jetons sans en comprendre le sens.
  - Suit les indications de l'enseignante mais n'organise pas ses jetons.
  - Organise bien ses jetons en paquets de cinq (comme sur le dé), mais n'organise pas vraiment ses différentes configurations de cinq (dispersées, trop serrées pour être bien perçues...).
  - Organise bien l'ensemble des jetons.
  - Sait même anticiper l'organisation de cinq en plaçant le troisième jeton au milieu de la configuration (Il n'attend pas le cinquième jeton pour le placer au milieu des quatre).
  - Organise les cinq paquets de jetons en configuration de cinq comme sur le dé.

### Description et analyse des interventions de l'enseignante :

- Tous les cinq noms, l'enseignante rappelle à tous qu'il faut organiser ses jetons pour bien voir les quantités (groupe de cinq comme le dé ou en  $4 + 1$ ). Plus tard, elle demandera une organisation en paquets de quatre.
- Régulièrement, elle exprime ou fait exprimer le nombre obtenu (par 5 ou par 4 ou par 6). Elle utilise ou renforce la mémorisation des dénominations des quantités apprises lors des deux premiers mois.
- Quand tous les enfants présents ont été cités, l'enseignante exprime ou fait exprimer le nombre de présents pour bien rappeler qu'on est en train de se compter. Ensuite elle fait constater, à partir des pions qui restent dans le sachet, le nombre d'absents et on vérifie en cherchant leurs noms.
- Quand les enfants sont habitués à travailler de cette manière, l'enseignante propose le travail dans l'autre sens. Les enfants disposent tous les jetons de leur sachet sur la table. L'enseignante dit le nombre d'enfants absents. Les enfants rangent les jetons correspondants dans leur sachet et organisent les jetons restants sur la table. Ils doivent essayer d'exprimer le nombre d'enfants présents à partir des groupements organisés.
- Quand ces manipulations répétées tout au long de l'année sont maîtrisées (compréhension – apprentissage – mémorisation) par les enfants et que les activités d'associations entre les mots des nombres et les quantités correspondantes ont aussi été vécues (voir autres préparations d'activités), on peut passer à la dernière étape : se compter un à un. Chaque enfant, quelle que soit sa position sur le tapis, exprime le nombre qu'il « représente » dans un comptage un à un.
- ...

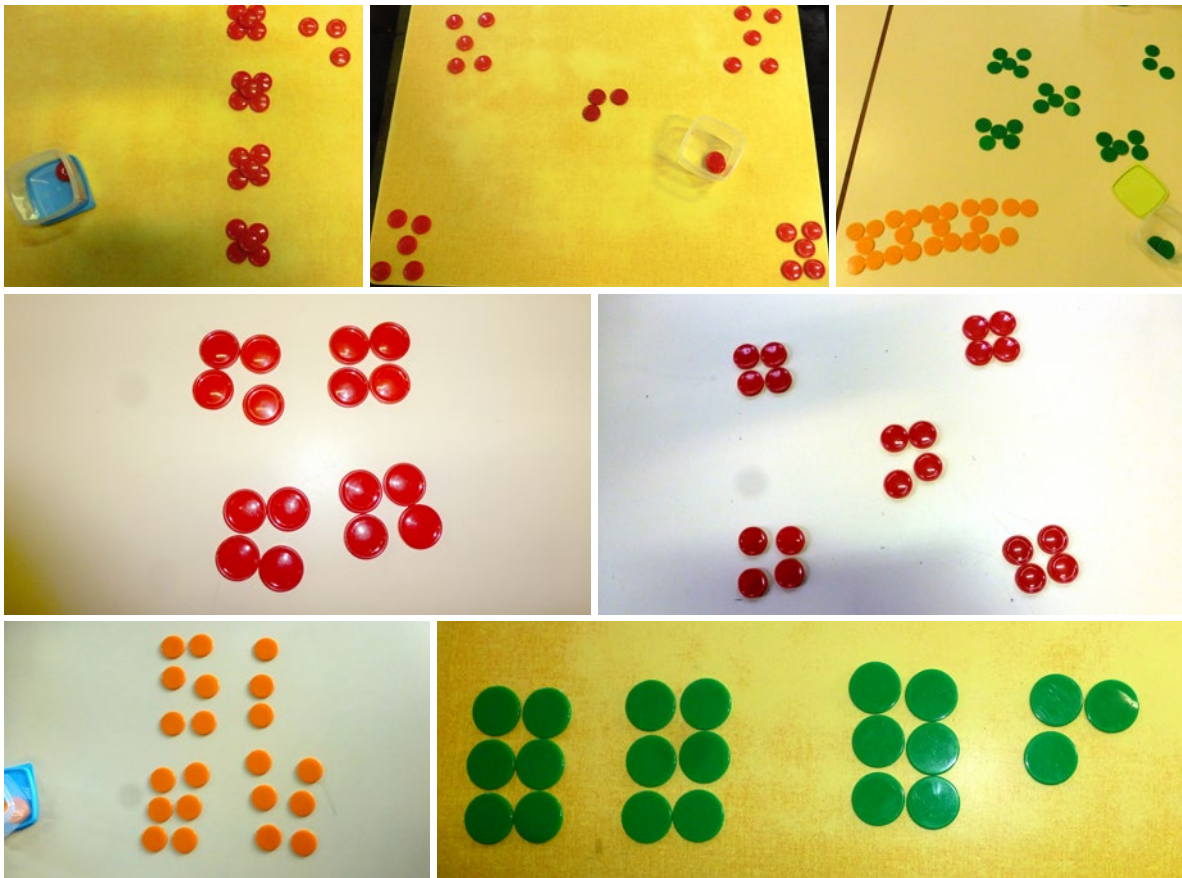
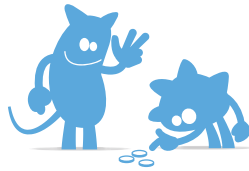


Pour dénombrer des objets déplaçables, nous avons vu qu'il faut différencier deux espaces : celui des objets déjà dénombrés et celui des objets qui restent à dénombrer. Plus généralement, nous pourrions parler d'objets déjà traités et d'objets qui restent à traiter (ce qui pourrait permettre de faire le lien avec d'autres situations similaires, comme les tris...)

Claire MARGOLINAS & Floriane WOZNIAK, Le nombre à l'école maternelle. De Boeck 2012

# 1

## La construction des représentations des quantités



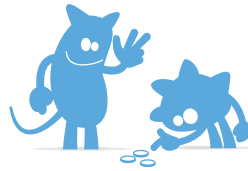
### Analyse • Questionnement



- La plus grosse difficulté du travail individuel est de vraiment comprendre la correspondance terme à terme demandée par l'enseignante. Certains enfants retirent les pions de leur sachet et les organisent sur la table, mais sans essayer de suivre les indications de l'enseignante. Ils savent ce qu'il faut faire comme résultat, mais n'en comprennent pas le sens. C'est pourquoi il est important que l'enseignante exprime régulièrement que l'on est en train d'essayer de savoir combien d'enfants sont présents en classe. On peut juste espérer qu'ainsi la compréhension s'installe peu à peu. C'est la sollicitation qui crée la fonction.
- ...

➔ Grâce à l'organisation, l'enfant a la possibilité de se dire : « 4 points en constellation, c'est 2 en haut et 2 en bas », par exemple. Dans ce cas, il ne convient guère de parler de « reconnaissance globale » puisque chaque point est pris en compte comme unité. Il convient plutôt de parler d'énumération rapide des différents points, grâce à une décomposition. Plutôt que de poser comme « compétence exigible en fin de grande section » le fait de « reconnaître globalement et exprimer des petites quantités organisées en configuration connues », il serait donc préférable de recommander aux professeurs des écoles de veiller à ce que leurs élèves deviennent capables « d'analyser les constellations à l'aide des décompositions numériques.

Rémi BRISSIAUD, Premiers pas vers les maths. Retz 2007



## Résumé de la démarche illustrée ci-dessous :

- Un sachet par enfant avec le même nombre de jetons que d'enfants dans la classe.
- On se prépare et l'enseignante désigne le nom des enfants présents.
- Chacun prend un jeton en essayant de respecter (!!!!) les présences énoncées par l'enseignante : « Un jeton pour N, un jeton pour G, un jeton pour M... ».
- Chacun organise ses jetons en paquets de 5 (puis de 4 plus tard). On vérifie l'organisation et le nombre atteint après chaque paquet de 5 (ou de 4) (Ici 23 présents sur 24 enfants).
- Combien d'absents ? (le nombre de jetons dans le sachet à la fin des présences).

